

# Exploitation de données pour l'optimisation de trajectoires aériennes

Cédric Rommel<sup>1,2,3</sup>, F. Bonnans<sup>1,2</sup>, P. Martinon<sup>1,2</sup>, B. Gregorutti<sup>3</sup>

INRIA<sup>1</sup>, CMAP École Polytechnique<sup>2</sup>, Safety Line<sup>3</sup>

cedric.rommel@cmap.polytechnique.fr — +33 (0)1 55 43 75 71

## 1 Introduction

L'avion est aujourd'hui le transport le plus polluant par passager et par kilomètre parcouru. De plus, la quantité de carburant consommée par vol reste un paramètre économique crucial pour les compagnies aériennes.

Par ailleurs, alors que la phase de montée est la plus grande consommatrice de carburant, celle-ci se fait souvent à vitesse constante et poussée maximale. Parallèlement, une quantité croissante de données sont acquises par les boîtes noires au cours des vols et celles-ci sont de plus en plus accessibles.

Dans ce contexte, nous nous sommes intéressés à l'utilisation de données de vols pour optimiser des trajectoires de montée dans le but de réduire la consommation de carburant et les émissions de CO<sub>2</sub> d'avions de ligne.

## 2 Motivation d'un problème d'identification

Notre finalité est de proposer une méthode permettant de fournir des trajectoires optimales, réalisables et acceptables. Ceci peut se traduire mathématiquement par un problème de commande optimale de la forme suivante :

$$\min_{(x,u) \in \mathbb{X} \times \mathbb{U}} J(x,u) \quad \text{tel que} \quad \frac{dx}{dt} = g(x,u) \quad (1)$$

où  $x$  et  $u$  désignent les variables d'état et de contrôle de l'aéronef et  $g$  est une fonction continue définissant la dynamique du système. La fonction coût  $J$  à minimiser est ici supposée différentiable et définie à partir de la consommation de carburant et de la distance parcourue.

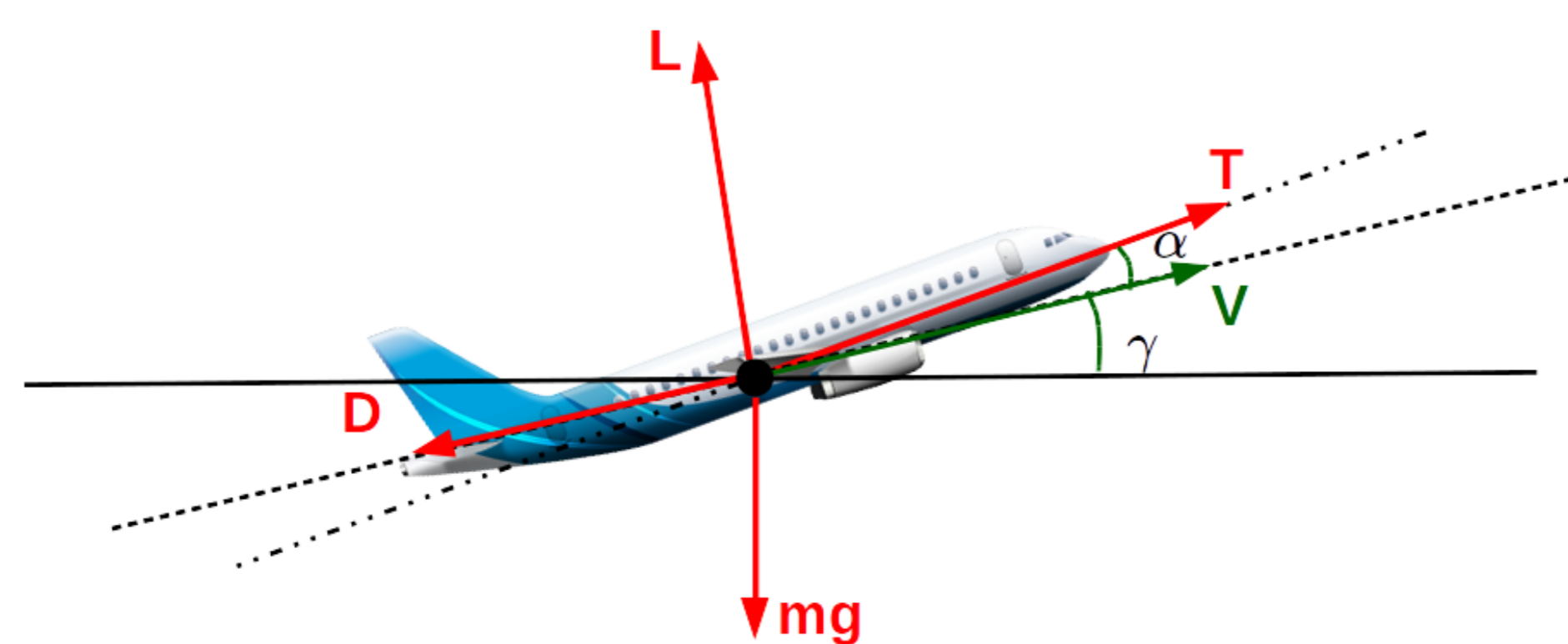


Figure 1: Modèle de dynamique de vol

Le caractère réalisable des solutions de tel problème est assuré par le respect de la contrainte dynamique  $\frac{dx}{dt} = g(x,u)$ . Celle-ci correspond à un modèle du comportement de l'avion, qui doit être le plus proche possible de la réalité, de sorte que la solution du problème réduise effectivement la masse de carburant consommée. Une possibilité simple de modèle (réf.(3)) est illustré par la figure 1 et décrite ci-dessous:

$$\begin{cases} \dot{h} = V \sin \gamma \\ \dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D - mg \sin \gamma}{m} \\ \dot{\gamma} = \frac{T \sin \alpha + L - mg \cos \gamma}{mV} \\ \dot{m} = -C_{sp}T \end{cases} \quad (2)$$

Le vecteur des variables d'état  $x$  est ici composé de l'altitude  $h$ , la vitesse  $V$ , la pente  $\gamma$  et la masse de l'avion  $m$ , tandis que les variables de contrôle  $u$  sont l'angle d'attaque  $\alpha$  et le régime moteur  $N_1$ .

Les autres éléments intervenants dans les équations précédentes, à savoir  $T$ ,  $D$ ,  $L$  et  $C_{sp}$ , désignent respectivement la force de poussée totale, la force de traînée, la force de portance et la consommation spécifique moyenne des moteurs. On suppose ici que ceux-ci peuvent être décrits comme des fonctions des variables d'état et de contrôle. Notre objectif est donc, pour un avion donné, d'estimer ces fonctions à partir d'enregistrements de vol afin d'avoir une contrainte dynamique décrivant le plus fidèlement possible le comportement et les performances de celui-ci.

## 3 L'utilisation de techniques de Machine Learning

Des modèles paramétriques des fonctions  $T$ ,  $D$ ,  $L$  et  $C_{sp}$  ont été définis. En isolant ces éléments inconnus dans les membres de droite, les trois dernières équations du système (2) permettent de définir le problème de régression suivant:

$$\begin{cases} Y_x = T \cos(\alpha) - D + \varepsilon_x \\ Y_z = T \sin(\alpha) + L + \varepsilon_z \\ Y_c = C_{sp}T + \varepsilon_c, \end{cases} \quad (3)$$

où  $\{\varepsilon_k\}_{k=1}^3$  sont les erreurs de notre modèle.

La principale difficulté de ce problème réside dans la troisième équation, qui est non-linéaire et ne permet pas d'identifier séparément  $C_{sp}$  et  $T$ .

Pour tenter de résoudre ce problème d'apprentissage statistique et faire face à cette difficulté, trois approches différentes ont été testées :

**Méthode 1** - Ne pas identifier  $C_{sp}$ , en le remplaçant par un modèle prédéfini, et réaliser les trois régressions séparément ;

**Méthode 2** - Utiliser les deux premières équations simultanément pour identifier  $T$ ,  $D$  et  $L$ , puis injecter l'estimation de  $T$  dans la dernière équation afin d'estimer  $C_{sp}$  ;

**Méthode 3** - Se servir d'une approche de type Newton (réf. (1)) pour réaliser toutes les trois régressions simultanément.

Une des motivations des deux dernières approches citées ci-dessus est le résultats connu en statistiques selon lequel la précision peut être améliorée en résolvant des problèmes de régression simultanément plutôt que séparément (réf. (4)).

La mesure de précision utilisée ici a été l'Erreur de Prédiction Espérée :

$$EPE_k = \mathbb{E}[|Y_k - \hat{Y}_k|^2], \quad k \in \{x, z, c\} \quad (4)$$

où  $\hat{Y}_k$  désigne la prédiction de  $Y_k$ , un des membres de gauche des équations (3).

## 4 Résultats

Résultats obtenus à partir d'une base de 1000 variables enregistrées toutes les secondes au cours de 78 vols d'un unique avion.

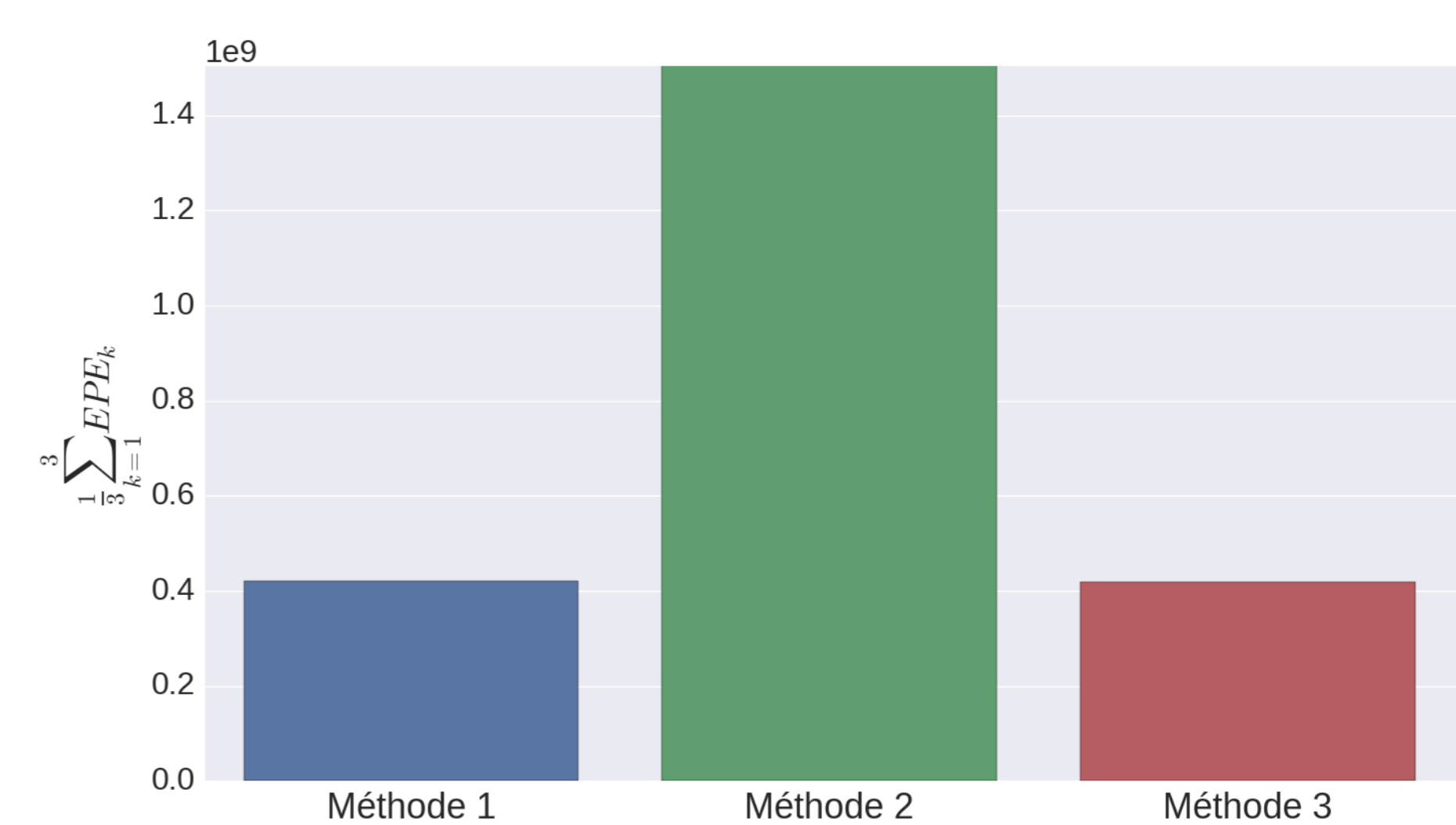


Figure 2: Précision moyenne sur les trois régressions des trois méthodes d'identification

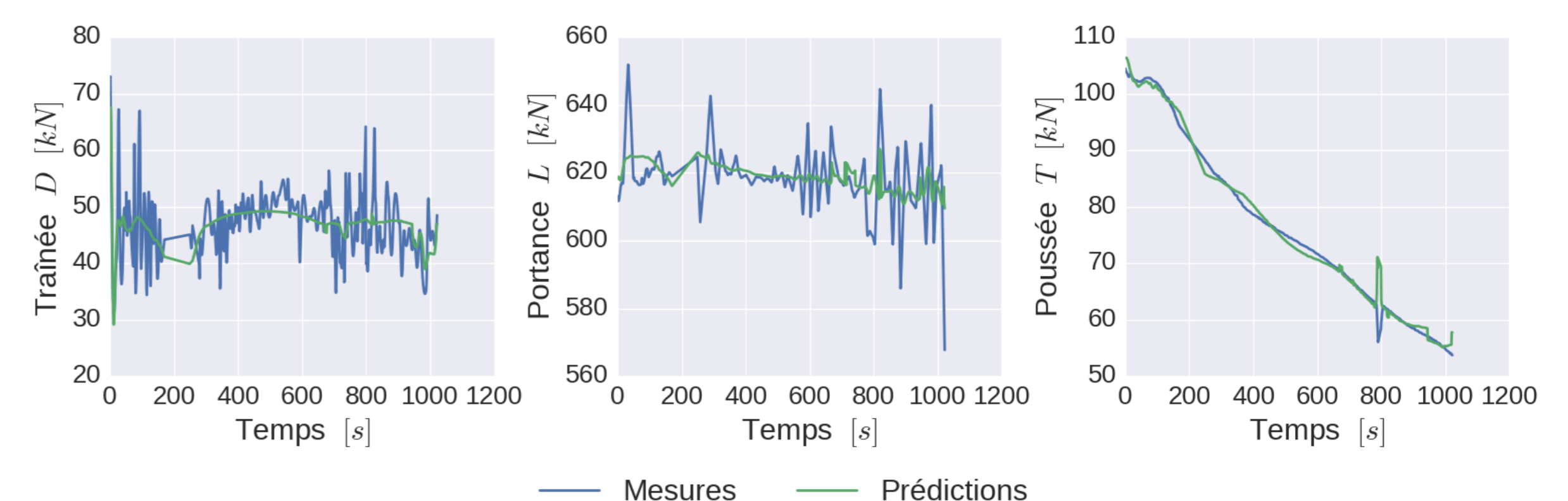


Figure 3: Estimation des forces de traînée, portance et poussée d'un vol en utilisant la méthode 1

## 5 Conclusion

Les résultats précédents permettent d'illustrer les conclusions suivantes:

- Les meilleures méthodes d'identification semblent être les méthodes 1 et 3, cette dernière étant bien plus complexe à mettre en œuvre.
- Les modèles identifiés à partir de la méthode 1 nous permettent déjà d'obtenir des résultats acceptables.

**Ceci illustre bien que l'accès à de grandes quantités de données rend parfois des approches simples compétitives face à des solutions plus sophistiquées.**

Par la suite, des modèles et méthodes de résolution différentes seront étudiés et nos expérimentations se feront sur des échantillons 10 fois plus importants.

Il est également important de préciser que cette solution est déjà utilisée dans le produit **OptiClimb**, commercialisé par la société **Safety Line**. Il permet d'obtenir **10% d'économies de carburant sur la phase de montée**.

## References

- (1) F. BONNANS, *Optimisation Continue*, Dunod, 2006.
- (2) T. HASTIE, R. TIBSHIRANI, AND J. FRIEDMAN, *The Elements of Statistical Learning*, Statistical series, Springer, 2nd ed., 2009.
- (3) D. G. HULL, *Fundamentals of Airplane Flight Mechanics*, Springer, 2007.
- (4) W. JAMES AND C. STEIN, *Estimation with quadratic loss*, in Proceedings of the fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability, 1961.
- (5) J. D. MATTINGLY, W. H. HEISER, AND D. H. DALEY, *Aircraft Engine Design*, University Press, 1992.